**αT4. КУЛМИНАЦИИ НА ДВЕ ЗВЕЗДИ.**

**Условие.** Странстващият астрофотограф Стела Бинева проверява гидирането на своя телескоп, следейки любимите си звезди по небето. Тя забелязва, че когато Слънцето изгрява за нея, кулминира Алдебаран, а когато Слънцето залязва, кулминира Сабик.

* На каква географска ширина в северното полукълбо се намира Стела? **[15 т.]**
* На коя дата се провеждат наблюденията? **[4 т.]**

Под изгрев и залез се разбира центърът на слънчевия диск да се намира на хоризонта. Не отчитайте рефракцията.

Полезна математика:

Екваториални координати на Сабик –

Екваториални координати на Алдебаран –

**Решение.** Лесно се проверява, че когато меридианът с ректасцензия кулминира, пролетната равноденствена точка съвпада с точката запад и есенната равноденствена точка съвпада с точката изток . Обратно, при кулминация на меридиана с ректасцензия имаме и .

 Моментите на кулминация от условието на задачата са близки по време до горепосочените – точката е близо до , когато Алдебаран кулминира, т.е. когато Слънцето изгрява (тогава и то е близо до ). Аналогично, точката е близо до , когато Сабик кулминира, т.е. когато Слънцето залязва (тогава и то е близо до ). И така, в моментите от задачата точките и (Слънце) отстоят на малки ъгли от или . Затова може събитията в тези участъци по небето да се разглеждат в равнинно приближение.

Разглеждаме първо момента на изгрев. Остават , докато точката заедно с еклиптиката се премести на позицията . Именно е ъгловото отстояние на от по небесния екватор. Начертаваме участъка от небесната сфера около , съобразявайки взаимната ориентация на екватора и еклиптиката, както и ъгъла между тях при . Слънцето се намира на хоризонта и е на фиксирано разстояние от по еклиптиката, което се задава от датата на наблюдение.

С помощта на построения перпендикуляр изразяваме отсечката чрез известното :

Сега взимаме и момента на залез. Остават , докато точката заедно с еклиптиката се премести на позицията . Начертаваме участъка от небесната сфера около , отново следейки взаимната ориентация на екватора и еклиптиката (това става най-лесно с чертеж на цялата небесна сфера).

Сега чрез подобно построения перпендикуляр изразяваме отсечката с известното :

Приравняваме двете равенства за и получаваме уравнение за :

Оттук нататък то може да се реши числено, но все пак има и аналитично решение. Полагаме за улеснение и , при което решаваме

След преобразованията връщаме началните величини, за да получим географската ширина:

Сега с кой да е от двата израза за може да получим числена стойност . Отбелязваме, че отсечките и се оказват равни, както и се очаква1.

В момента на наблюдение Слънцето има положителна деклинация, тоест още не е преминало през . Датата на наблюдение отстои на

преди датата на есенно равноденствие. Взимайки я за 22 септември, намираме, че наблюденията се правят около **3 септември** (тоест описаното се вижда по време на сегашния теоретичен тур). Резултатът на практика съвпада с компютърните показания, което допълнително оправдава равнинното приближение.

1 Ако този факт се използва още отначало, косинусовата теорема при моментите на изгрев и залез показва, че , откъдето

С тази информация първо може да се намери датата на наблюдение, а след това и ширината чрез тригонометрични преобразования при перпендикуляра или чрез синусовата теорема в /. Такова решение е по-кратко алгебрически, но за него е необходима същата геометрична постановка, както и употребата на тригонометрия в неправоъгълни триъгълници.

*Критерии за оценяване (общо 19т.):*

***а)*** *– За изразяване на разстоянията между равноденствените точки и в момента на наблюдение –* ***2т.***

*– За правилна геометрична постановка –* ***5т.***

(за еквивалентна на дадените чертежи информация **2 x 2.5т**.,

включително за положение на по екватора и по хоризонта, за ориентация на еклиптиката, за ъгъла еклиптика/екватор, за същността на и , за еднаквото ;

допускат се също чертежи на цялата небесна сфера, ако ориентирите са нанесени достатъчно ясно**)**

*– За достигане на уравнение за географската ширина –* ***4т.***

*– За решаване на уравнението и числен резултат –* ***4т.***

(за числено решение **2т.**)

***б)*** *– За изчисляване на отстоянието на Слънцето от –* ***2т.***

*– За пресмятане на отстоянието от есенно равноденствие в дни –* ***1т.***

*– За отговор за датата на наблюдение (допустимо отклонение 2 дни от 3 септември) –* ***1т.***

*Ако се използва второто приложено решение, следва оценяването да се промени съобразно това, тъй като намирането на става първа и по-трудна стъпка.*